

文章编号: 1000-8055(2000)01-0035-04

二维轴流压气机转—静非定常 Euler 方程数值计算

葛 宁

(南京航空航天大学 201 教研室, 江苏 南京 210016)

摘要: 将 Euler 方程写在包括转子和静子的绝对坐标系下, 通过在转—静之间设计一个可以随时间扭动的平行四边形网格计算了二维轴流压气机转—静非定常流场。由于整个方程统一写在动网格下, 转—静之间没有使用插值。计算结果表明所采取的方法可以用于压气机转—静之间的非定常流场计算。

关 键 词: 非定常流场; 压气机; 数值计算
中图分类号: V 211. 5 文献标识码: A

1 引 言

将压气机转子与静子连在一起的计算方法很多^[1~4]。从网格的制作上来看可以分为两类: 一类是网格不连续, 通过插值的方法传递转—静之间的信息; 另一类是网格连续变化, 在动网格上计算转—静的流场。前者无需考虑网格的变化, 但每计算一步都得插值使得计算时间加长; 后者无需插值, 但时间每推进一步都要重新计算一下网格, 虽然计算量并不多, 但考虑到要使用几何守恒定律以及几何面积变化对守恒变量的影响, 方程的形式将变得复杂。本人所采用的方法介于这两者之间, 即将动网格和插值合在一起使用, 是一种既不想使用过多的插值又不希望方程变得太复杂的转—静流场计算方法。具体是在转—静之间设计一个可以扭动的网格, 该网格一边同不动的静子网格相连, 另一边同做平移的转子网格相接, 而网格的中间部分可通过简单的插值获得。这样, 当转子沿切向运动时, 该网格将发生平行的扭动。在转子移动一个栅距后, 同转子一起运动的动网格部分, 包括中间扭动的部分, 都回到初始的位置。由于周期性条件, 动网格中随转子一起运动的气流参数保持不变, 而中间扭动网格上的气动参数则通过刚刚处在一个栅距位置上的参数插值得到^[5]。这

种转—静连接方法的特点是所设计的中间扭动网格在几何上是一个随时间变化的平行四边形, 但面积并不随时间变化, 因而可不考虑动网格中面积变化对守恒变量的影响。计算表明这种方法相对于步步要插值的方法来看要省时得多。实际上转子每移动一个栅距仅需插值一次, 且由于插值时的网格几何参数是固定不变的, 计算起来也容易。

2 基本方程

动网格曲线坐标系下的二维守恒型 Euler 运动方程可写为如下形式:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = 0 \tag{1}$$

其中

$$\xi = \xi(x, y, t), \quad \eta = \eta(x, y, t), \quad \tau = t$$

$$Q = J q = J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix}, \quad F = J \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x P \\ \rho v U + \xi_y P \\ \rho H U - \xi_\tau P \end{bmatrix}$$
$$G = J \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x P \\ \rho v V + \eta_y P \\ \rho H V - \eta_\tau P \end{bmatrix}$$

收稿日期: 1999- 05- 21; 修订日期: 1999- 08- 23

作者简介: 葛宁(1961-), 男, 南京航空航天大学 201 教研室副教授

$$\begin{aligned} J &= x_{\eta} y_{\eta} - y_{\xi} x_{\eta} \\ U &= \xi_r + \xi_u + \xi_v \\ V &= \eta_r + \eta_u + \eta_v \\ \xi_r &= \frac{y_{\eta}}{J} \\ \xi_v &= -\frac{x_{\eta}}{J} \\ \xi_r &= -\frac{x_{\eta} y_{\eta} - y_{\xi} x_{\eta}}{J} \\ \eta_r &= -\frac{y_{\xi}}{J}, \quad \eta_v = \frac{x_{\xi}}{J} \\ \eta_r &= \frac{x_{\eta} y_{\xi} - y_{\xi} x_{\xi}}{J} \end{aligned}$$

J 称为 Jacobi 变量, 物理上代表格元面积。方程 (1) 的计算采用有限体积法, 数值通量用 Roe 格式计算^[6], 时间项采用一阶显式, 其最终的离散形式为:

$$\begin{aligned} q^{n+1} &= q^n - \frac{\Delta \tau}{J^{n+1}} [(F_{i+ (1/2)} - F_{i- (1/2)}) + \\ & (G_{j+ (1/2)} - G_{j- (1/2)})] - \frac{\Delta J q^n}{J^{n+1}} \end{aligned} \quad (2)$$

上式方程右边最后一项为动网格下, 当格元面积变化时对守恒变量的修正项。实际上只要格元面积不发生变化, $\Delta J = 0$, 因而计算中无需考虑此项。

3 边界条件

为便于在全计算域中使用 Roe 格式, 在计算域外附加了一层网格。转子进口参数由气流总参数加一维 Riemann 不变量方法确定。出口给定反压, 其它气流参数均由特征值插值而得。动网格下固壁附加网格中的虚拟气流参数由下式给出:

$$\begin{aligned} p_p &= p_r, \quad \rho_p = \rho_r \\ u_p &= 2^* u_w - u_r \\ v_p &= 2^* v_w - v_r \end{aligned}$$

其中, p, ρ, u, v 分别代表气体压力, 密度, 轴向速度和切向速度。下标 p 代表附加网格中的虚拟气流参数, w 代表固壁, r 为计算域中靠近固壁的第一层气流参数。固壁上的速度 u_w 和 v_w 由特征值方法求得。上式附加网格中虚拟气流参数的设定可保证固壁上气流沿法向无压力梯度和切向滑移边界条件。

此外, 由于网格沿周向没有周期性, 故沿周向的虚拟气流参数都是通过当地或周期性边界条件插值而得到的^[5]。

4 计算结果

计算算例选择了 NASA Stage 67 单级压气机^[7], 中径处的进出口气流参数和几何参数都是通过文献中所给定的数据插值得到的。其中气动参数仅是 NASA 的计算结果, 并非试验数据。因此, 本文的二维转—静计算仅是定性的, 不是与试验结果进行比较, 而是用来验证所采用的转—静计算方法。为了减少计算量, 将原来 NASA 67 转静叶片数 (22/34) 作了调整。减少了一片静叶, 使得转静叶片比为 2/3, 图 1 即为中径处转静叶片比为 2/3 的计算网格。设计这样的曲线 H 网格主要是为了提高激波的分辨率。同采用 MUSCL 插值的计算结果相比, 一阶空间精度的激波分辨率已足够高, 因此计算中没有使用 MUSCL 插值, 这样做仅仅是为了节省计算时间。整个计算域由 5 个子域构成, 分别计算。外边界由进出口和周期性边界构成, 内边界是计算的结果。图中的转静轴向间距由原来的 85% 转子轴向弦长缩短了 40%。

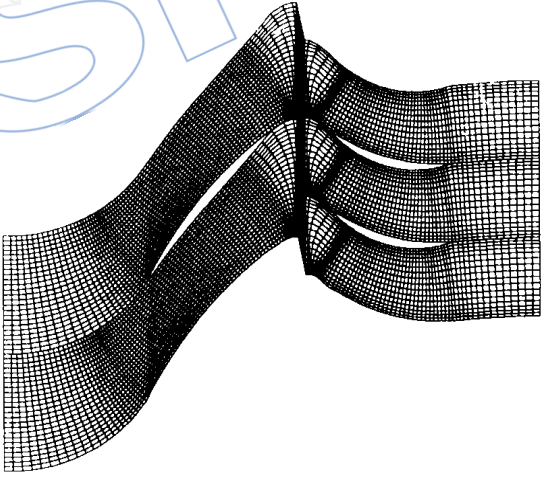


图 1 二维动—静叶片比 2/3 曲线 H 网格

由于时间的推进采取了显示格式, 时间步长将受到 CFL 条件的限制。非定常流的时间步长应该由最小网格的间距确定。但考虑到计算中动网格周期性边界条件的使用, 实际的时间步长是由栅距和叶片移动的速度, 再加上一个栅距中所分割的空间点数决定。点数越多, 时间步长则越小, 反之则越大。所确定的点数要使得动网格和静网格都能满足 CFL 条件。该点数在计算前给定, 在计算中保持不变。

图 2 是计算出来的进出口流量相对误差随时间推进的变化过程。从图中可以看出, 进出口流量在经过一段时间的计算后呈现出周期性的变化特

征。这种周期性的变化意味着进入了流体的非定常计算过程。实际上在这一过程中, 转子进口流量由于其出口处激波的存在是不变的, 变化的仅是静子出口流量。而静子流量的这种变化是由于转—静相互干扰的结果, 这可以通过图 3 中第二片转子叶片位于后缘点压力面处的压力时间历程反映出来。从该图中可以看出一个空间周期的压力波动是由 3 个子波构成的, 子波数同转子叶片扫

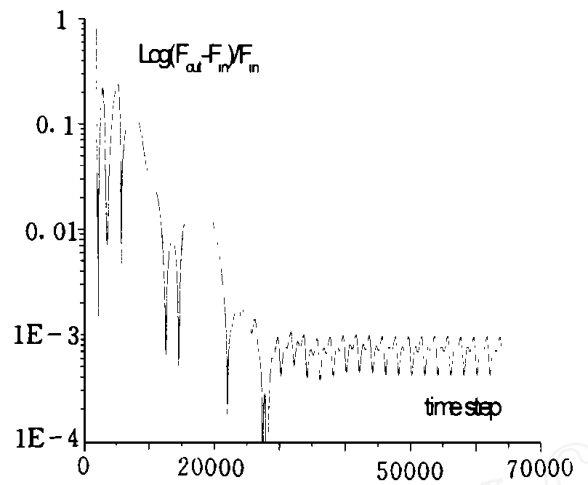


图 2 NASA 67—2/3 转静叶片比进出口流量相对误差迭代时间历程

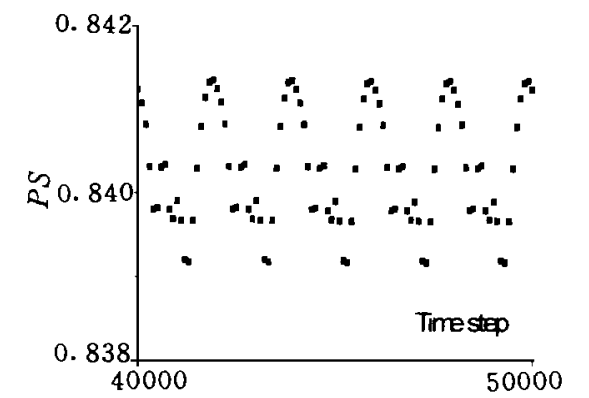


图 3 转子叶片压力面后缘点表面静压迭代时间历程 (每 20 点为一空间周期)

过下游的静子叶片数相同, 因此可以推断上游转子叶片这种压力波动的特征与下游静子有关, 实际上是静叶前缘压力场向前传递压力波的结果。从目前的计算结果来看, 这种压力场的相互干扰仅局限于转子后缘和静子前缘附近流场。

图 4 是在非定常流计算中某一时刻的等压力线。尽管转—静间的轴向间距缩短了, 转子叶片后缘点附近的气流流场也出现了一点相互干扰的迹象, 但由于这种干扰的量级比较小, 因而对转子出口处的激波没有太大的影响。

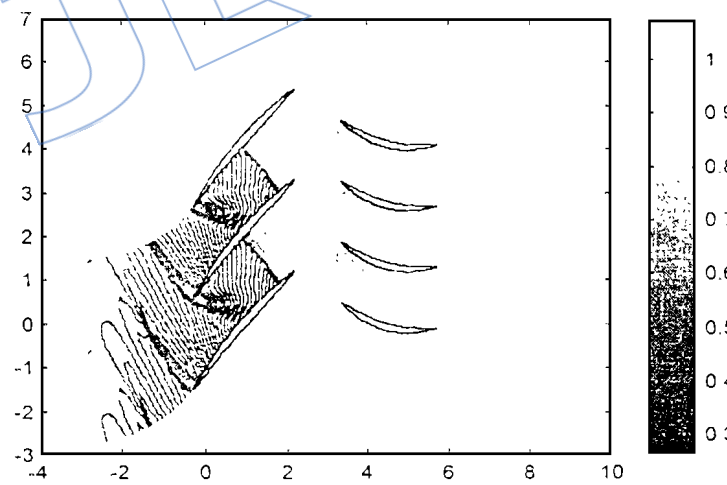


图 4 NASA 67—2/3 转静叶片比欧拉方程数值解(等压线)

5 结 论

从以上的计算结果来看, 可以得出已下两点结论:

(1) 采用动网格, 通过设计一个随时间变化的平行四边形可以解决转静的连接问题。该方法的主要特点是不需要插值。但平行四边形的扭曲也

不能无限地进行下去, 因而需要使用周期性的边界条件, 即转子移动一个空间周期时(对 2/3 转—静叶片比, 一个空间周期等于 2 个转子栅距或 3 个静子栅距), 动网格部分要回到计算的初始位置。所以这其中就有个插值问题, 但这种插值并不占用太多的计算时间。

(2) 当计算推进到一段时间后, 进出口流量表

现出周期性的变化特征,代表着计算进入了非定常流体流动的数值模拟过程。此时转子叶片后缘点压力面的压力也呈现出周期性的波动,而这种波动包含了转—静相互干扰。从目前的计算结果来看,这种压力场的相互干扰仅局限于转子后缘和静子前缘附近流场。

参 考 文 献

- 1 Rai M M. Navier- Stocks Simulations of Rotor- Stator Interaction Using Patched and Overlaid Grids[R]. AIAA Paper 85- 1519
- 2 Janus J M. Advanced 3- D Algorithm for Turbomachinery [D]. Ph D Dissertation, Mississippi State University, Mississippi, May 1989
- 3 Chen J P. Unsteady Three Dimensional Thin- Layer Navier- Stocks Solutions for Turbomachinery in Transonic Flow [D]. Ph D Dissertation, Mississippi State University, Mississippi, May 1991
- 4 Foumaux A. Evaluation Numerique Dune Technique de Calcul Des Ecoulements Instationnaires de Fluide V isqueux Dans Les Turbomachines Multi- Etages[C]. 31EME Colloque de Aerodynamique Appliquee, Ministere del Enseignement Superieur et de la Recherche, Paris, 27- 29, 1995
- 5 Moon Y J, Liu M S. Conservation Treatment of Boundary Interfaces for Overlaid Grids and Multi- Level Grid Adaptations[R]. AIAA Paper 89- 1980
- 6 Rumsey C, Van Leer B, Roe P. A Grid- Independent Approximate Riemann Solver with Applications to the Euler and Navier- Stocks Equations[R]. AIAA Paper 91- 0239
- 7 Hathaway M D. Unsteady Flow s in a Single- Stage transonic Axial- Flow Fan Stator Row [R]. NASA Technical Memorandum 88929, December 1986

(责任编辑 杨再荣)

2- D Axial Compressor Rotor- Stator Unsteady Flow Calculation by Using Euler Equations

Ge Ning

(2th Dept Naijing University of Aeronautics and Astronautics, Naijing 210016, China)

Abstract: The two- dimensional rotor- stator unsteady flow in an axial compressor is calculated by using Euler equations in absolute frame. The computational grids consist of a rotor grid, a stator grid and a intermediate grid which is designed for the connection of blade rows. The fore- boundary points of this intermediate grid rotate with the rotor blades and the aft- boundary points connect with the stator blades. Since the feature of the moving grid is considered in the Euler equations, so it is unnecessary to use the time- consuming interpolation method for information transmission between rotor and stator blade rows. The results of numerical calculation verify the feasibility of the presented approach for calculation of the rotor- stator unsteady flow.

Key words: unsteady flow; axial compressor; numerical calculation